EMERGENCIA Y DECLINACIÓN DE LOS IMPERIOS

Una aproximación matemática a un problema histórico

Pablo KittlDuclout[1]

Jorge GibertGalassi[2]

Resumen: Las naciones que pueden convertirse en imperios, definen una población que crece para luego mantenerse constante odeclinar y finalmente desaparecer. La teoría de estos mecanismos consiste en una relación entre el crecimiento específico (dN/N), N es el porcentaje de la población de que se trata respecto a la población total, con el tiempo específico (dt/t), que puede ser proporcional y positivo pero disminuido en un porcentaje función del tiempo transcurrido$\varphi(t)dt$, donde $\varphi(t)$es una función del tiempo.En el caso de que el mecanismo de la población termine con que esta es constante, el crecimiento específico $(\frac{dN}{N_m - N})$, respecto de lo que falta para llegar a un máximo N_m disminuye en función del tiempo t y el aumento de tiempo dt.Estos dos mecanismos se expresan con ecuaciones diferenciales que dan curvas que describen los dos mecanismos de la evolución de las poblaciones.Se aplicó estas ideas a los casos reales del imperio español y del imperio británico.

Palabras: Imperio, Decadencia imperial, Mecanismos de evolución social

1. INTRODUCCION

El objetivo del trabajo es discutir la modalidad de desarrollo de los imperios español y británico. Entendemos por "Imperio" un sistema de reglas extra-territoriales formales e informales determinadas.

El termino imperio apunta al hecho que, dado un Estado soberano, éste extiende su soberanía sobre otros territorios, habitualmente vastos.

[1] Profesor jubilado del Departamento de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile.

[2] Profesor de la Escuela de Negocios Internacionales, Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas, Universidad de Valparaíso. E-Mail: jorge.gibert@uv.cl

Cuando éste reúne territorios lejanos a su frontera original, hablamos de imperio colonial (1).

En ese sentido, es menester indicar que comparamos dos entidades distintas bajo el prisma de lo que podemos observar con simpleza como una característica en común, esto es, la anexión territorial, bajo métodos de conquista, sumisión, invasión o compra de parte de un "centro" (imperial) de satélites o áreas periféricas a ese centro. Pero indudablemente, al ser sistemas de reglas determinadas culturalmente, la explicación socio-política y jurídica del origen, desarrollo y declive de un imperio particular difiere mucho de otro. En ese sentido, nuestro intento es ver una tendencia del ciclo vital y explicarlo de un modo matemático.

El trabajo compara dos imperios constituidos por territorios no contiguos y, en ese sentido, pertenecientes ambos a la expresión del fenómeno más general del movimiento de expansión de Europa hacia el mundo, mediante el imperialismo colonial desde el siglo XVI. La expansión colonial y la construcción del imperio, en ambos casos anotados, tuvieron como soporte inicial común, una marina de guerra poderosa.

Hay varias maneras de conceptualizar el modo en que se desarrolla un imperio. Hay enfoques cuantitativos, como la idea de ciclos, esto es, la explicación que indica que los imperios se desarrollan mediante ciclos de guerra-paz-guerra, como en Turchin (2); o de historia económica que, según Belich (3) y Darwin (4), juegan un rol vital en la comprensión en la evolución de los imperios.

También hay enfoques cualitativos, como la explicación que la expansión imperial se debe a la centralización de las funciones de gobierno y la creación de una administración eficaz legitimada ideológicamente. En los casos que nos ocupan, la fragmentación del Estado debido a las guerras civiles en las colonias, tanto en la independencia española del 1800 como en los procesos de descolonización del siglo XX, sugiere una explicación de los descensos y caídas de ambos imperios (5). Complementariamente,Haring (6) indica que "tanto en el imperio británico como en el español de aquellos días (1800), el problema era fundamentalmente el mismo: reconciliar la libertad colonial con la unidad imperial" (p. 352-53).

Además de todos las dificultades conceptuales, están las ideológicas, como se puede apreciar en las posturas contrapuestas del muy pro-imperialista Ferguson (7) y del anti-imperialista Gott (8).

Nuestra idea es diferente. En la práctica, supone una concepción de la expansión imperial como un caso de ocupación del territorio por una especie biológica, digamos, “nativos imperiales”, españoles o británicos. Es una idea que expresaremos de manera matemática, tratando de capturar la modalidad de desarrollo “Imperial” de España y Gran Bretaña, de un modo similar al intento de Edward O. Wilson, esto es, centrando el análisis en lo “puramente genético”, que en este caso es la reproducción de un orden social imperial mediante la ocupación expansiva de territorios (10).

Nuestra idea es que la emergencia, desarrollo y decadencia de ambos imperios, el español y el británico, se debe a ciertos mecanismos objetivables que arrojan resultados comparables o permiten establecer algunas ideas: primero, que hay fuerzas de expansión y fuerzas de decadencia en el desarrollo de los imperios, que pueden ser objeto de métrica y de comparación; y segundo, que tales fuerzas se comportan bajo una modalidad o tendencia observable que podemos visualizar.

El desarrollo histórico de las poblaciones, que describe lo que ocurre con naciones, imperios, ideas políticas y religiosas, es muy complejo pero se pueden encontrar que solo ocurren dos mecanismos. Primero un crecimiento que puede mantenerse asintóticamente sin sobrepasar un máximo dado, en el otro caso luego del crecimiento se llega a un máximo y finalmente decrece hasta prácticamente desaparecer. Como esto ocurre desde el comienzo, puede pensarse que las poblaciones creen individualmente que sus actos están regidos por el libre albedrio, pero están coordinados de tal forma que terminan obedeciendo una ley colectiva. Esta hipótesis está primeramente en la filosofía de la historia de Kant (11) y luego en un apéndice a La Guerra y la paz, de Tolstoy (12), que opina que todo está orquestado por un ser supremo mientras Kant lo adjudica a la “naturaleza”. De todos modos, queremos describir los hechos sin hacer, de momento, conjeturas sobre su origen intrínseco.

2. POBLACIONES QUE FINALMENTE DESAPARECEN

La primera hipótesis seria que es proporcional al aumento específico de población dN/N y que decae en función del tiempo.

$$\frac{dN}{N} = n\frac{dt}{t} - \varphi(t)dt;\ \varphi(t) > 0 \tag{2.1}$$

La integral de esta ecuación es

$$N = At^n e^{-\int_0^t \varphi(t)\vartheta/t} \tag{2.2}$$

Esta función tiene un máximo dado por$\frac{dN}{dt} = 0$, osea

$$\frac{dN}{dt} = N\left[\frac{n}{t_m} - \varphi(t_m)\right] = 0 \tag{2.3}$$

Ecuación que da

$$t_m = \frac{n}{\varphi(t_m)} \tag{2.4}$$

Por lo tanto el valor máximo de N que es N_m es

$$N_m = A\frac{n^n}{\varphi^n(t_m)}e^{-\int_0^{t_m} \varphi(t)dt} \tag{2.5}$$

Que se obtiene reemplazando (2.4) en (2.2)

De la ecuación (2.5) se despeja A y se tiene

(2.6)

$$A = \frac{N_m \varphi^n(t_m)}{n^n} * \frac{1}{e^{-\int_0^{t_m} \varphi(t)dt}}$$

Finalmente

$$N = N_m \frac{\varphi^n(t_m) t^n}{n^n} e^{-\int_{t_m}^{t} \varphi(t)dt} \quad (2.7)$$

Se ve entonces que cuando t→0, N→0. Si $\varphi(t) = \alpha$entonces (2.2) se transforma en

$$N = At^n e^{-\alpha t} \quad (2.8)$$

El valor t_m es

$$t_m = \frac{n}{\alpha} \quad (2.9)$$

La constante A

$$A = \frac{N_m}{t_m^n} e^{\alpha t_m} = \frac{N_m}{t_m^n} e^n \quad (2.10)$$

La (2.5) se transforma en

$$N = N_m \left(\frac{t}{t_m}\right)^n e^{n\left(1 - \frac{t}{t_m}\right)} \quad (2.11)$$

El punto de inflexión de la (2.11) igualando a cero la derivada segunda de (2.2), que con $\varphi(t) = \alpha$da para t inflexión t_i el valor

$$\frac{t_i}{t_m} = 1 + \frac{\sqrt{n}}{n} \quad (2.12)$$

En el caso n=1, se tiene $\frac{t_i}{t_m} = 2$. En el origen $t = 0$, el valor de las derivadas es

$$\frac{dN}{dt}_{\substack{t=0\\n=1}} = \frac{N_m}{t_m} e^1, \qquad \frac{dN}{dt}_{\substack{t=0\\n>1}} = 0 \tag{2.13}$$

Estos cálculos permiten no solo dibujar la curva $N(t)$ sino que estimar sus parámetros cuando $\varphi(t) = \alpha$, de los datos de una curva dibujada con datos empíricos (Fig. 1)

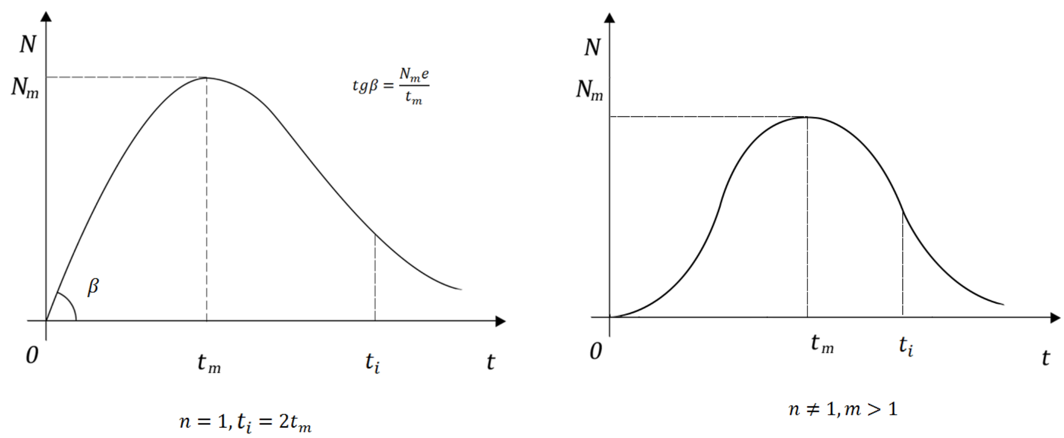

FIGURA 1

Se obtiene de los dibujos

$$n = \frac{1}{\left(\frac{t_i}{t_m} - 1\right)^2}, \qquad N_m, t_m\ y\ t_i\ estimados \tag{2.14}$$

Con respecto al resto de la población N' tal que $N + N' = 1$, puesto que tanto N como N' son porcentajes respecto del total de la población involucrada, si hacemos $N = 1 - N'$ y $dN = -dN'$ se tiene como ecuación de la población complementaria

$$\frac{dN'}{1 - N'} = -n\frac{dt}{t} + \alpha\, dt \tag{2.15}$$

La solución de (2.15)

$$N' = 1 - A' t^n e^{-\alpha t} \tag{2.16}$$

Aquí de $\frac{dN'}{dt} = 0$ se obtiene el valor de t para el valor de $N_{min}\, t_{min}$ de (2.15) se obtiene

$$t_{min} = \frac{n}{\alpha} \tag{2.17}$$

El valor de N_{min} y t_{min} es reemplazado (2.17) en (2.16)

$$N'_{min} = 1 - t_{min}^n\, e^{-\alpha t_{min}}\, A' \tag{2.18}$$

Como $N'_{min} = 1 - N_{max}$ se obtiene A=A'. En la figura 2 se ve la forma de N' en función de t

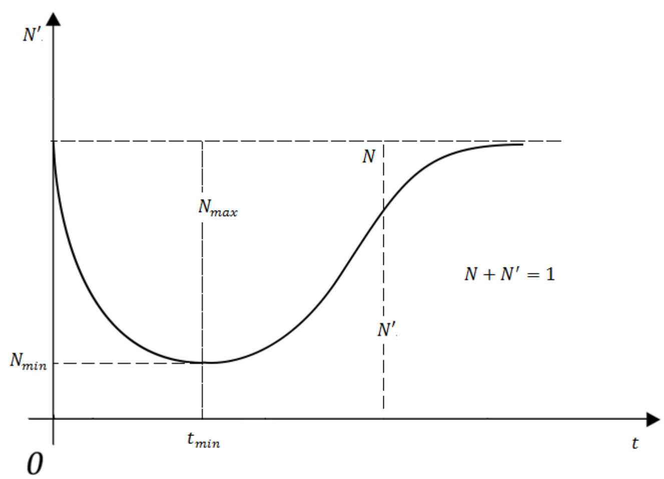

FIGURA 2

Con respecto al comportamiento de N' se puede decir lo mismo que al final del párrafo 1, que estas poblaciones creen que actúan en base a su libre albedrio, pero lo hacen de tal forma de verificar la ecuación (2.15). Están actuando orquestados tal vez por una subconsciencia colectiva.

3. POBLACIONES QUE FINALMENTE SON CONSTANTES

En caso de que el mecanismo de la población termine con que esta es constante, el crecimiento específico $\frac{dN}{N_m - N}$ con respecto a un máximo N_{max} disminuye en función del tiempo $t$yde una función $\varphi(t)$

$$\frac{dN}{N_m - N} = \varphi(t)dt, \qquad \varphi(t) > 0 \tag{3.1}$$

La integral de (3.1) es, recordando que cuando $t = 0$ es $N = 0$

$$N(t) = N_m [1 - e^{-\int_0^t \varphi(t)dt}] \tag{3.2}$$

Si en (3.2) es $\varphi(t) = \alpha > 0$, se obtiene

$$N(t) = N_m (1 - e^{-\alpha t}) \tag{3.3}$$

La tangente en el origen es

$$\frac{dN}{dt}_{t=0} = \alpha N_m \tag{3.4}$$

La figura 3 muestra la curva que tiene N

Cuando $\varphi(t) = \alpha$, las ecuaciones de N y N' son

$$\frac{dN}{N_m - N} = \alpha\ dt, \qquad \frac{dN'}{N' + N_m - 1} = -\alpha\ dt \qquad (3.5)$$

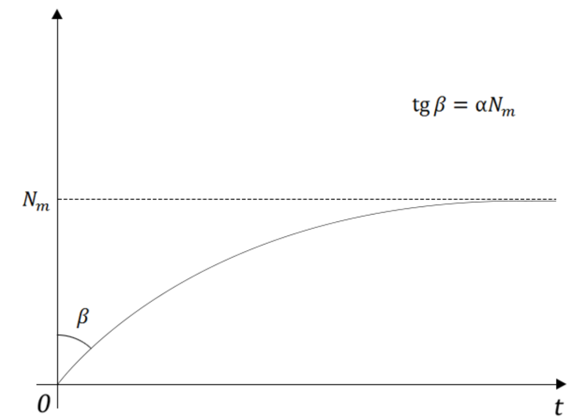

FIGURA 3

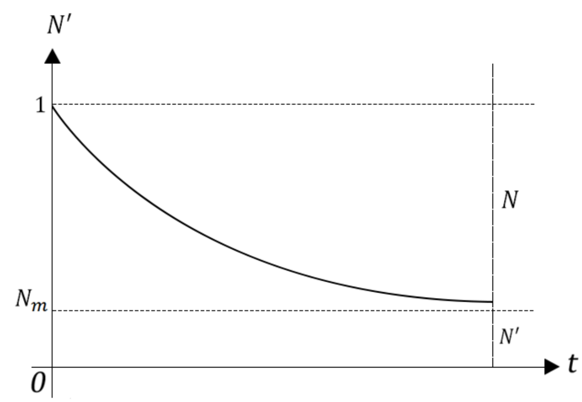

FIGURA 4

La solución de la segunda de las (3.5) recordando que $N + N' = 1$ es

$$N'_t = 1 - N_m(1 - e^{\alpha t}) \qquad (3.6)$$

La forma de la N' está en la figura 4

De la población Npodemos decir lo mismo que al final del párrafo anterior.

4. CÁLCULO DE LAS CONSTANTES

Para determinar las constantes de la ecuación (2.8) suponemos que tenemos más de tres pares$(t_i, N_i) i = 1, 2, 3, \dots, L$. Por lo tanto se puede escribir

$$\ln N_i = \mathrm{n} \ln t_i - \alpha t_i + \ln A \tag{4.1}$$

De (4.1) como $N > 3$ se obtiene $n, \alpha\ y\ A$ por mínimos cuadrados. De la (2.10) se obtienen

$$t_m = \frac{n}{\alpha}, \qquad N_m = \frac{Ae^n}{t_m^n} \tag{4.2}$$

El punto de inflexión t_i es según (2.12)

$$t_i = t_m (1 + \frac{\sqrt{n}}{n}) \tag{4.3}$$

En el segundo párrafo, puesto que (3,3) no se puede linealizar, hay que estimar N_m de una figura con los datos experimentales. Como se tienen pares $(t_i, N_i) i = 1, 2, 3 \dots l > 2$, se obtiene de (3.3)

$$\alpha_i = \frac{1}{t_i} \ln(\frac{N_m}{N_m - N_i}) \tag{4.4}$$

De los valores de α_i, se obtiene la diferencia entre

$$N_i - N_m (1 - e^{-\alpha_i t_i}) = \delta N_i \tag{4.5}$$

Se tantea los N_m hasta que $\sum \delta N_i^2$ es un mínimo y eso permite obtener los valores de α y N_m. En ambos casos habrá mucha dispersión respecto de las curvas teóricas debido a la gran cantidad de factores que no aparecen en las ecuaciones, pero lo queinteresa es una adaptación aproximada.

5. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Como resultaba muy difícil obtener la población de un imperio en función del tiempo, hemos graficado su superficie, datos fácilmente obtenibles en la actualidad, en función del tiempo (9). Obtuvimos así las figuras 5 y 6 para el imperio español e inglés respectivamente. En las figuras se puede reemplazar la evolución discontinua por una continua, que aparece con una línea curva. De esta curva se pueden obtener los valores n y α, parámetros principales de su evolución. Se obtuvo para el imperio español $n \cong 0{,}671$ y $\alpha \cong 0{,}005$ años, y para el imperio inglés $n \cong 3{,}73$ y $\alpha \cong 0{,}0105$ años.

Si n es la fuerza de "Expansión" o fuerza vital y α el coeficiente de "Contracción" o fuerza desintegradora, resulta que el imperio español se expandió lentamente y también se desintegró lentamente, mientras que el inglés tuvo una fuerza de expansión mucho mayor, pero se desintegró más rápidamente. El tiempo se mide a partir del momento en que se iniciaron los respectivos imperios.

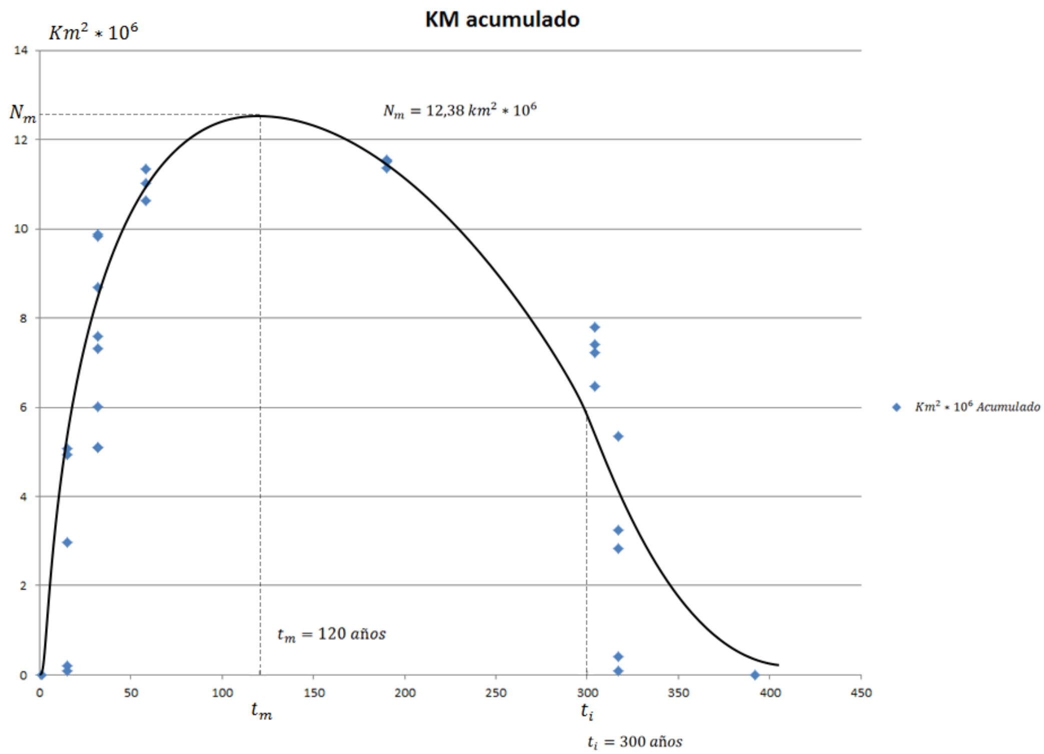

Figura 5: Evolución territorial del imperio español

$$n = \frac{1}{\left(\frac{t_i}{t_m} - 1\right)^2} \cong 0.671, \qquad \alpha = \frac{n}{t_m} \cong 0.005\ años$$

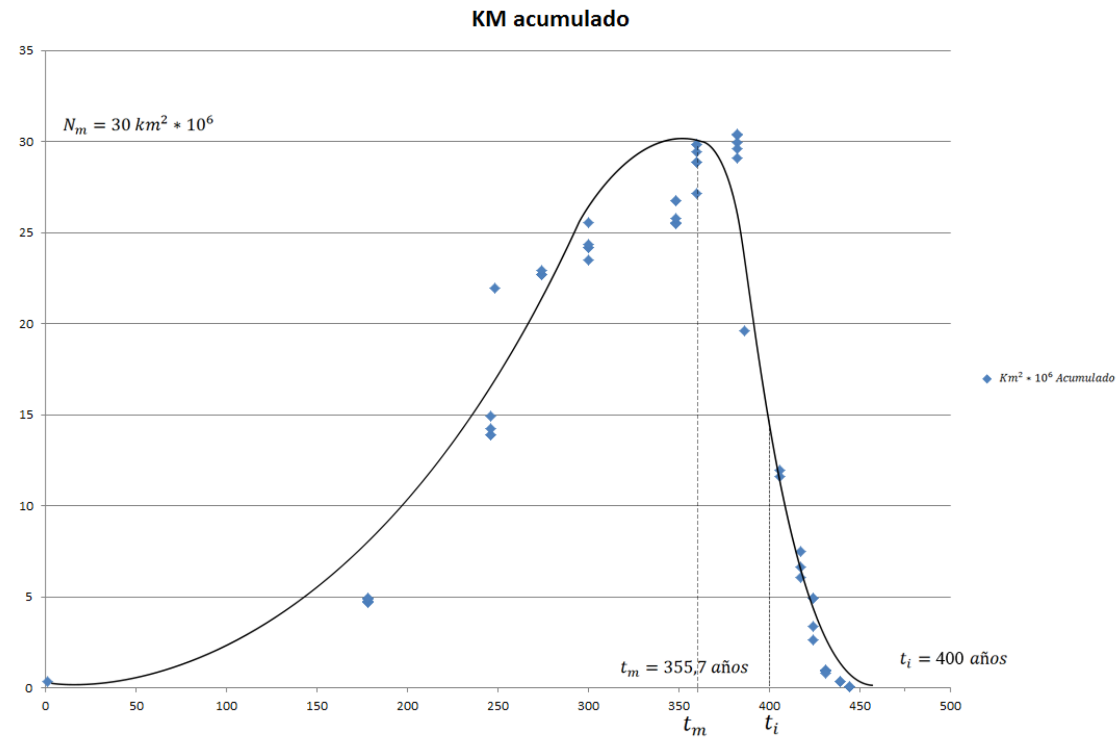

Figura 6: Evolución territorial del imperio inglés

$$n = \frac{1}{\left(\frac{t_i}{t_m} - 1\right)^2} \cong 3.73, \qquad \alpha = \frac{n}{t_m} \cong 0.0105\ años$$

6. DISCUSIÓN

En la ecuación (2,8), que representaría bastante bien el crecimiento y decadencia de un imperio, se puede considerar n como la fuerza expansiva imperial y α como el factor de muerte que tiene todo proceso biológico (10).

Podría considerarse que los procesos económicos pueden describir este crecimiento de un capital y luego su muerte como lo hace (13) con la demografía, pero el proceso de decadencia y muerte no aparece demasiado explícito. Generalmente los procesos económicos terminan en un equilibrio (14). Así que tendríamos que aceptar que en la formación de todo imperio existe, al mismo tiempo que su fuerza expansiva, su instinto de muerte.

Este desarrollo "imperial" podría tener un correlato análogo al desarrollo de las ideas políticas, nacionales o internacionales y a las religiones.

Pero la idea que podría afinarse es que los imperios cuya expansión es lenta, decaen lentamente también; mientras que los imperios que se expanden rápidamente colapsan rápidamente. El tiempo tomado por el imperio español para alcanzar su máxima expansión es 135 años, menor al inglés, 200 años. Pero el total del territorio del imperio británico en su apogeo excede con creces al español, 18 millones de Km^2 más. En ese sentido, se podría hipotetizar que el que acumula más territorio, más rápido lo pierde. Ello significaría que la expansión rápida no implica decadencia rápida, sino que lo mucho que tiene, lo hace colapsar rápidamente.

En cualquier caso, la ley general parece ser que ningún imperio en la historia de la humanidad ha sobrevivido, lo que hace plausible suponer una modalidad de germinación, desarrollo y colapso, como hemos mostrado en este trabajo.

REFERENCIAS

(1).Howe, Stephen (2002). Empire: A Very Short Introduction. NYC: Oxford Press.
(2).Turchin, Peter (2007). War and peace and war: The rise and fall of empires. Plume, London.
(3).Belich, James (2009). Replenishing the earth: The settler revolution and the rise of anglo-world. Oxford University Press, London.

(4).John Darwin (2010). The empire project: The rise and fall of the British world system. Cambridge UniversityPress, UK.
(5).Thompson,I.A.A. (1981). Guerra y decadencia: Gobierno y administración en la España de los Austrias, 1560-1620. Barcelona: Crítica
(6). Haring, Clarence H. (1972). El Imperio hispánico en América, Buenos Aires: Solar
(7). Niall ferguson (2003). Empire: how Britain made the modern world.
(8). Gott, Richard (2011). Britain's empire: Resistance, repression and revolt.Verso: London.
(9). Para conocer el tamaño de las superficies de los distintos países hemos recurrido al Gran Diccionario Enciclopédico Universal (1999). Editorial Cultural SA: Madrid.
(10). Wilson, Edward O. (1975). Sociobiology: A new synthesis. Harvard UniversityPress: Massachusetts.
(11). Kant, I. Filosofía de la historia, traducción de Kant´sWerke, edición CasiererBerlin 1918, por E. Estiú, Editorial Nova, Buenos Aires, 1964.
(12). Tolstoy, L. (1984) La guerra y la paz, traducción del texto por F.J. Alcantara y J.L. Eutralio. Libro cuarto, segunda parte, Editorial Ercilla, Santiago de Chile.
(13). Vianelli, S. A general dynamic demographic scheme and its application to Italy and the United States.Econometrica, Vol. 4, N°3, July 1936 (269-283).
(14).Haavelmo, Trygve (1964). A study in the theory of economic evolution. North-Holland Publishing Company: Amsterdam.