Turbulencia y estabilización geométrica en fractales

José Salvador Ruiz Fargueta, srfargueta@gmail.com, Telefónica de España (Movistar), Valencia, España.

En la turbulencia los remolinos, visualmente perceptibles en todas las escalas, ofrecen una evidencia de que la geometría fractal subyace en la propia esencia del sistema. Un fenómeno de estabilización geométrica en fractales puede ayudar a tratar la propia estabilización de la turbulencia.

Palabras clave: Turbulencia, geometría fractal, estabilización, dimensión fractal relativa, dimensiones compactadas

In turbulence , swirls on all scales provide evidence that fractal geometry underlies the very essence of the system. A phenomenon of fractal geometric stabilization can help treat the stabilization of turbulence.

Key-words: Turbulence, fractal geometry, stabilization, fractal dimension relative, compacted dimensions

Según Mandelbrot, en su libro "La geometría fractal de la naturaleza (1997)", el estudio de la turbulencia es uno de los capítulos más antiguos, duros y frustrantes de la física (Nota 1). En el mismo se decanta a favor de un enfoque más geométrico que analítico y para ello hace uso de los fractales. De hecho la autosemejanza viene sugerida por los remolinos, visualmente perceptibles, en cualquier fenómeno turbulento. La conclusión más importante de Mandelbrot, sobre la correspondencia entre turbulencia y fractales, es que el dominio de disipación, esto es, el conjunto espacial en el que se concentra la disipación turbulenta, admite un modelo fractal. Además indica que diversas medidas, realizadas con otros fines, sugieren que la dimensión en este dominio cae entre 2,5 y 2,6, pero probablemente por debajo de 2,66. Llega, incluso, a sugerir que se defina como turbulento a todo flujo cuyo soporte tenga una dimensión del orden apuntado anteriormente.

Actualmente, en la comunidad científica encontramos multitud de autores que, como Mandelbrot, aceptan la premisa que relaciona turbulencia y geometría fractal, de hecho buscando dicha relación en Google Scholar encontramos del orden de 35 000 artículos científicos.

Veremos una forma de modular la dependencia espacial de un fractal, modificando la geometría del espacio que lo contiene, y analizaremos las posibilidades de estabilización que ello supone.

Dimensión y dependencia espacial de los fractales

La dimensión fractal depende de dos factores que se suman: la dimensión topológica y un coeficiente dimensional, tanto más grande como irregular sea el fractal. Así, podemos tener trayectorias fractales (Nota 2) de dimensión 3, mientras que su dimensión topológica sólo es 1 (es una línea). Lo interesante es que las líneas fractales tienen una dependencia muy clara y notable con la distancia (Nota 3) y su forma de distribución espacial. De hecho, simplemente sabiendo que la línea fractal tiene dimensión 3 podemos asegurar que para alejarse de un punto arbitrario del espacio n pasos efectivos el fractal debe desplazarse n^3 pasos reales.

Dimensión fractal relativa, suma o resta de dimensiones

Esta dependencia de las líneas fractales con la distancia se puede extender a superficies o a espacios con dimensión topológica mayor de una forma sencilla, siempre que las propiedades del fractal sean lo más isótropas posibles. Para ello dividimos la dimensión fractal del objeto a estudiar por su dimensión topológica y al resultado lo llamaremos dimensión fractal relativa. En cierta forma convertimos al fractal estudiado en una línea fractal, aunque lógicamente la trasformación no conserva las propiedades direccionales o anisótropas del fractal original.

Vamos a ver un sencillo cálculo sobre todo esto: Imaginemos un fractal con dimensión topológica δ y con un coeficiente dimensional ε . Su dimensión fractal será: $\delta + \varepsilon$. Y su dimensión fractal relativa :

Dimensión fractal relativa = $(\delta + \varepsilon)/\delta$ (Expresión A).

<u>Aclaración previa</u>: Todos los objetos cotidianos que nos rodean tienen 3 dimensiones, pero en muchos de los casos nos encontramos con que una o dos de sus dimensiones son despreciables respecto a las otras. Un hilo muy fino de algodón sólo tiene una dimensión significativa, a efectos prácticos dos de sus dimensiones están compactadas: esto <u>supone una</u> <u>resta de dos dimensiones</u>. Un folio de papel tiene, en cambio, una sola dimensión compactada y dos dimensiones significativas<u>: supone la resta de una dimensión</u>. En cierta forma, el coeficiente dimensional ε "suma" dimensiones a la dimensión topológica y las dimensiones compactadas las "restan".

Ahora supongamos que “restamos” al número de dimensiones topológicas un valor igual a ε de forma que δ se convierte en $\delta - \varepsilon$ (nuevo valor de las dimensiones significativas, porque se compactan una cantidad ε de dimensiones). Entonces, el nuevo valor de la dimensión fractal relativa será (sustituyendo δ por $\delta-\varepsilon$):

Dimensión fractal relativa = $\delta /(\delta-\varepsilon)$ (Expresión B).

Estabilización del fractal

Hay una diferencia significativa entre la (Expresión A) y la (Expresión B), la primera sólo puede ser positiva pero la segunda puede ser, también, negativa. De hecho nos interesa la posibilidad de que su valor sea (-1). En ese caso: $\delta /(\delta-\varepsilon) = -1$. Que se cumple para el valor de las nuevas dimensiones significativas δ igual a $\varepsilon/2$.

Para comprender el significado de lo que decimos, en el caso de un espacio sin dimensiones reducidas (expresión A), para un valor de $\delta= 3$ y $\varepsilon= 6$, la (Expresión A) nos dice que el fractal tiene dimensión relativa 3 y depende del cubo de la distancia. Para el caso de un espacio en el que se ha reducido el número de dimensiones topológicas (Expresión B), para los mismos valores la expresión B toma el valor -1 y el fractal depende del inverso de la distancia.

De un fractal sumamente intrincado pasamos a otro que se diluye en la distancia. Aunque la dimensión del fractal sigue siendo la misma.

Conclusiones

Existe una íntima relación entre la dimensión de un fractal y su dependencia con la distancia. Al modificar la geometría del espacio que lo contiene podemos actuar sobre esa dependencia y sobre la forma en que se nos presenta en el espacio. Es posible conseguir una estabilización geométrica, previo estudio de las características geométricas del fractal y de su entorno: restringiendo los grados de libertad, en función de su coeficiente dimensional ε, debemos conseguir que la (Expresión B) se convierta en negativa. Esta posibilidad, sobre la modulación geométrica de un fractal, se ha encontrado al trabajar sobre la hipótesis de que la energía cuántica del vacío pueda tener propiedades fractales (ver Nota 4, para una mejor comprensión).

Notas y Bibliografía

(Nota 1) B. Mandelbrot: La geometría fractal de la naturaleza. Tusquets Editores, Barcelona 1997.

(Nota 2) En sentido estricto no se puede hablar de verdaderas trayectorias, pues no tienen nada que ver con las trayectorias clásicas de los objetos que conocemos.

(Nota 3) B. Mandelbrot :Los objetos fractales. Tusquets Editores, Barcelona, 1987. Ver los primeros conceptos, sobre el cálculo de la dimensión de líneas fractales clásicas. A partir de ese sencillo cálculo se hace evidente esa dependencia.

(Nota 4) J.S. Ruiz Fargueta*: El sorprendente vacío cuántico. Revista Elementos(Benemérita Universidad Autónoma de Puebla) nº 53 ,2004, pp.52-53.*

[Bis] J.S. Ruiz Fargueta*: "Estabilización del vacío cuántico y dimensionesenrolladas". Revista Ciencia Abierta de la Universidad de Chile, Volumen 23 de febrerode 2004* .

Posteriormente publicado en la revista Aleph Zero, número 74. Universidad de las Américas Puebla.